

Bezugssysteme

$$\mathbf{v}_0 = \text{const} \quad \mathbf{x}'(t=0) = \mathbf{x}(t=0)$$

Galilei-Transformation

$$t' = t \quad \mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{v}_0 t \quad \mathbf{v}' = \mathbf{v} + \mathbf{v}_0 \quad m' = m \quad v' = v \left(1 + \frac{v_0}{c}\right)^{-1} \quad v' = v \left(1 - \frac{v_0}{c}\right)$$

Lorentz-Transformation

$$t' = \gamma \left(t + \frac{v_0 x}{c^2}\right) \quad x' = \gamma (x + v_0 t) \quad v' = \frac{v + v_0}{1 + \frac{v v_0}{c^2}} \quad m' = \gamma m \quad v' = v \sqrt{\frac{c - v_0}{c + v_0}} \quad \gamma = \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Bewegung

Translation

$$\begin{aligned} \mathbf{s} = \mathbf{s}_0 + \mathbf{r} \quad \mathbf{v} = \dot{\mathbf{s}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad \mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = -\boldsymbol{\omega}^2 \mathbf{r} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v} \quad a = v/t = v^2/2s = 2s/t^2 \\ E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 = \frac{1}{2} \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} \quad \mathbf{F} = m\mathbf{a} = \dot{\mathbf{p}} \quad m \quad v = at = \sqrt{2as} = 2s/t \\ s = \frac{1}{2} at^2 = v^2/2a = vt/2 \\ t = v/a = \sqrt{2s/a} = 2s/v \end{aligned}$$

Rotation

$$\begin{aligned} \phi \quad \boldsymbol{\omega} = \dot{\phi} = \frac{|\mathbf{r} \times \mathbf{v}|}{|\mathbf{r}| |\mathbf{r} \times \mathbf{v}|} \quad \boldsymbol{\alpha} = \dot{\boldsymbol{\omega}} \quad \mathbf{L} = \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\omega} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad \text{Präzession: } \dot{\mathbf{L}} = \boldsymbol{\omega}_P \times \mathbf{L} \\ E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} (\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\omega}) \cdot \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \mathbf{L} \cdot \boldsymbol{\omega} \quad \mathbf{T} = \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\alpha} = \dot{\mathbf{L}} = \boldsymbol{\omega}_P \times \mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad \mathbf{J} = \int_M (\mathbf{r}^2 \delta_{ij} - r_i r_j) dm = \mathbf{J}_s + M (\mathbf{r}_s^2 \delta_{ij} - r_{si} r_{sj}) \end{aligned}$$

Trägheitsmomente (Achse senkrecht durch den Schwerpunkt)

$$J_{\text{Quader}} = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2) \quad J_{\text{Ellipsoid}} = \frac{1}{5} M (a^2 + b^2) \quad J_{\text{Kreis}} = \frac{1}{2} M r^2$$

Stöße

unelastisch

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{v}'_1 + m_2 \mathbf{v}'_2 \quad \mathbf{v}'_1 = \mathbf{v}'_2$$

elastisch

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{v}'_1 + m_2 \mathbf{v}'_2 \quad m_1 \mathbf{v}_1^2 + m_2 \mathbf{v}_2^2 = m_1 \mathbf{v}'_1^2 + m_2 \mathbf{v}'_2^2 \quad \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}'_1 = \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}'_2 \quad \mathbf{v}'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{v}_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{v}_2$$

Gravitationsfeld

Elektrisches Feld

$$\mathbf{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \quad E_{\text{pot}} = -G \frac{m_1 m_2}{|\mathbf{r}|} \quad \mathbf{F} = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \quad E_{\text{pot}} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{|\mathbf{r}|}$$

Leitfähigkeit

Wärmeleitfähigkeit λ

$$\frac{dQ}{drA} = \lambda \frac{\Delta T}{l}$$

Elektrische Leitfähigkeit γ

Wiedemann-Franzsches Gesetz

$$\frac{\lambda}{\gamma} = LT$$

Lorentz-Konstante

$$L = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k}{e}\right)^2 = 2,2 \cdot 10^{-8} \frac{\text{WV}}{\text{AK}^2}$$

Gitterschwingungen

$$E_{\text{tot}} = \omega_0 L = \omega_0 n \hbar \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Debye-Temperatur (Wärmekapazität von Kristallen nimmt darunter stark ab)

$$T_D = \frac{\hbar \omega_0}{k}$$

Dulong-Petitsches Gesetz (molare Wärmekapazität für $T > T_D$)

$$C = 3R$$

Kepler

1. Die Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren gemeinsamem Brennpunkt die Sonne steht.
2. Der Radiusvektor eines Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen (Drehimpulserhaltung): $A_1 = A_2$
3. $T^2 \sim a^3 \quad \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$

Newton

1. Galileisches Trägheitsprinzip: Ein Körper bleibt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung, solange keine äußeren Kräfte auf ihn einwirken.
2. Aktionsprinzip: $\mathbf{F} = m\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$
3. Reaktionsprinzip: Kraft = Gegenkraft, Actio = Reactio

konservative Kräfte: reversible Prozesse (Gravitation ... \Rightarrow ideale Vorgänge)

dissipative Kräfte: irreversible Prozesse (Reibung ... \Rightarrow reale Vorgänge)

Thermodynamik

1. Hauptsatz: Energieerhaltung
Bei einem Kreisprozeß ist die Summe der zugeführten Arbeit/Wärmemenge gleich der abgegebenen: $W_1 + Q_1 = W_2 + Q_2$
2. Hauptsatz: Entropiezunahme
Bei einem Kreisprozeß ist die zugeführte reduzierte Wärmemenge kleiner/gleich der abgegebenen: $\frac{Q_1}{T_1} \leq \frac{Q_2}{T_2}$

Harmonische Schwingung

DGL: $\ddot{z} + 2\delta\dot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 z_0$ $z = A \exp(\pm i\omega_0 t)$ $A = |A| \exp(i\phi) \quad z_0 = \text{Erreger}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{G\frac{M}{r^3}} \quad \bar{E}_{\text{kin}} = \bar{E}_{\text{pot}} = \frac{1}{2} E_{\text{ges}}$

Schwingfall $\omega_0^2 - \delta^2 > 0$ $z = A \exp(-\delta t) \exp\left(\pm i \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} t\right)$

Kriechfall $\omega_0^2 - \delta^2 < 0$ $z = A \exp(-\delta t) \exp\left(\pm i \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} t\right)$

Aperiodischer Grenzfall $\omega_0^2 - \delta^2 = 0$ $z = A \exp(-\delta t)$

Wellen

DGL: $m\ddot{z}_n + D((z_n - z_{n-1}) - (z_{n+1} - z_n)) = 0 \quad (z_n - z_{n-1}) - (z_{n+1} - z_n) = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} d^2$

$\ddot{z} - c^2 \nabla^2 z = 0 \quad \mathbf{c} = \sqrt{\frac{D}{m} d^2} \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \quad \mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad \mathbf{c} = \frac{\omega}{\mathbf{k}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$

Welle: $z = A \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t))$

stehende Welle: $z = A \exp(i(kx - \omega t)) + A \exp(i(-kx - \omega t)) = 2A \cos(kx) \exp(-i\omega t)$

Schwebung: $z = A \exp(i(k_1 x - \omega_1 t)) + A \exp(i(k_2 x - \omega_2 t)) = 2A \cos\left(\frac{|k_1 - k_2|}{2} x - \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2} t\right) \exp(i(kx - \omega t))$

Machscher Kegel: $\sin(\phi) = \frac{c}{v_s}$ Dispersion: $\mathbf{c}_{\text{gr}} = \frac{d\omega}{d\mathbf{k}} = \frac{d\lambda}{dT} \quad \mathbf{c}_{\text{ph}} = \frac{\omega}{\mathbf{k}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$

Schallgeschwindigkeit $c = \sqrt{\frac{f+2}{f} \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\frac{f+2}{f} \frac{nkT}{nm}} = \sqrt{\frac{f+2}{3f}} v^2$

Gasgesetze

Druck Äquipartitionsgesetz

$$p = \frac{F_z}{A} = nm\overline{v_z^2} = \frac{1}{3}nm\overline{v^2} = \frac{2}{3}n\overline{E_{\text{kin}}} = nkT \quad \overline{E_{\text{kin}}} = \frac{f}{2}kT$$

ideale Gasgleichung $pV_{\text{mol}} = RT$ $pV = RNT$ $N_A E_{\text{pot}} = 0$

reale Gasgleichung $\left(p + \frac{a}{V_{\text{mol}}^2}\right)(V_{\text{mol}} - b) = RT$ $N_A E_{\text{pot}} = -\frac{a}{V_{\text{mol}}}$

Barometrische Höhenformel $p(h) = p_0 \exp\left(-\frac{E_{\text{pot}}}{kT}\right)$

Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung $f(v) \sim v^2 \exp\left(-\frac{E_{\text{kin}}}{kT}\right)$

Wasser $(T_l, p_l) = (273,16 \text{ K}, 610,6 \text{ Pa})$ $(T_k, p_k) = (647 \text{ K}, 2,17 \cdot 10^7 \text{ Pa}) = \left(\frac{8}{27} \frac{a}{b} \frac{1}{R}, \frac{1}{27} \frac{a}{b^2}\right)$ $V_k = V_{\text{mol}} 3b$

$$Q_S = 80 \cdot 4,187 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad Q_D = 540 \cdot 4,187 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Wärmemenge $Q = cm \Delta T$ (c: spezifische Wärmekapazität)

innere Energie $U_Z = U_0 + (W + Q)$ $U_{\text{mol}} = N_A (\overline{E_{\text{kin}}} + \overline{E_{\text{pot}}}) = CT$ (C: molare Wärmekapazität)

innere Energie eines Festkörpers $U_{\text{mol}} = 3RT$ Dulong-Petitsches Gesetz (C = 3R)

Enthalpie $H = pV + U$

Entropie $S_Z = S_0 + \int_0^Z \frac{1}{T} dQ_{\text{rev}} = k \ln(W)$ (W: Wahrscheinlichkeit eines Zustands)

Entropie des idealen Gases $S(T, V) = S(T_0, V_0) + \frac{3}{2}R \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + R \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$

Joule-Thomson-Effekt $H(T, P) = \left(\frac{f}{2} + 1\right)RT + \left(b - \frac{2a}{RT}\right)p$ Inversionstemperatur $T_i = \frac{2a}{Rb}$

isentropische Expansion von idealem Gas $\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{-1}$

Begriffe

$T = \text{const}$ isotherm

$p = \text{const}$ isobar

$V = \text{const}$ isochor

$S = \text{const}$ isentropisch

$H = \text{const}$ isenthalpisch

$dQ = 0$ adiabatisch

$dQ_{\text{rev}} = 0$ reversibel adiabatisch (=isentropisch)

Wirkungsgrad

Wirkungsgrad Wärmekraftmaschine $\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

Kältemaschine $\eta = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} \leq \frac{T_1}{T_2 - T_1}$

Wärmepumpe $\eta = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} \leq \frac{T_2}{T_2 - T_1}$

Licht

Reflexion/Brechung

Snellius

$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2)$$

Linsen (konvex): Linearvergrößerung

$$\text{Lupe} \quad g < f < b$$

Mikroskop $-b_1 > g_1 > f_{\text{Objektiv}}$

Fernrohr $d_{\text{Obj-Okul}} = f_{\text{Obj}} + f_{\text{Okul}}$

Phasengeschwindigkeit

$$c_n = \frac{c}{n}$$

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

$$v = \frac{f}{f} + 1$$

$$g_2 < f_{\text{Okular}} < b_2$$

$$v = \frac{\tan(\alpha_2)}{\tan(\alpha_1)} \approx \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

Abbildungsgleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$

$s = 25 \text{ cm} = \text{deutliche Sehweite}$

(g_2 ist das Bild b_1)

Auflösungsvermögen $\delta > \Delta\alpha = \frac{\lambda}{d}$

Beugung/Interferenz

Dünne Plättchen

$$\Delta = 2D \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2(\alpha)} + \frac{\lambda}{2} = 2D \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} + \frac{\lambda}{2} = 2D \cos(\alpha)$$

Doppelspalt $\Delta = D \sin(\alpha)$

Einzelspalt $\Delta = \frac{D}{2} \sin(\alpha)$

Kohärenzlänge

$$L_{\text{coh}} = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{2\pi}{\Delta k}$$

Bragg (Kristall) $\Delta = 2D \cos(\alpha)$

Wärmestrahlung

totales Emissionsvermögen

$$E(T) = \frac{W_{\text{em}}}{tA} \quad E(T) = \int_0^\infty E(\nu, T) d\nu = \int_0^\infty E(\lambda, T) d\lambda \quad d\lambda = \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| d\nu = \frac{c}{\nu^2} d\nu$$

spektrales Emissionsvermögen

$$E(\nu, T) = \frac{W_{\text{em}}}{tA \Delta\nu}$$

Absorptionsgrad

$$\alpha(\nu, T) = \frac{W_{\text{absolut}}(\nu)}{W(\nu)}$$

Kirchhoffsches Strahlungsgesetz

$$E_x(T) = \alpha_x(T) E_{sk}(T) \quad \Rightarrow \quad \frac{E_x(T)}{\alpha_x(T)} = E_{sk}(T) \quad \frac{E_x(\nu, T)}{\alpha_x(\nu, T)} = E_{sk}(\nu, T)$$

Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$E_{sk}(T) = \sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4} T^4 = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4$$

Plancksches Strahlungsgesetz

$$E_{sk}(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

$$E(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

Wellengebiet ($h\nu \ll kT$): Rayleigh-Jeans-Gesetz

$$E(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} h\nu \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$$

Teilchengebiet ($h\nu \gg kT$): Wiensches Strahlungsgesetz

Wiensches Verschiebungsgesetz

$$\lambda_{\text{max}} T = b \quad \lambda_{\text{max}} \neq \frac{c}{\nu_{\text{max}}}$$

$$E(\nu_{\text{max}}, T) = \frac{2\pi h}{c^2} \nu_{\text{max}}^3 \sim T^3$$

Atom

Bohrsches Atommodell

- Elektronen bewegen sich strahlungsfrei auf Kreisbahnen mit diskreten Energiewerten.
 $E_n = W_{\text{tot}}(L = n\hbar) = -R_y hc \frac{1}{n^2} = -13,6 \text{ eV} \frac{1}{n^2}$
- Ein Elektron kann unter Abgabe (Aufnahme) eines Photons mit $h\nu = E_m - E_n$ von Niveau m zu n springen.
- Der Bahndrehimpuls ist gequantelt: $L = n\hbar$

Linienpektrum von H

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = R_y \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

$n = 1$: Lyman-Serie (ultraviolett)
 $n = 2$: Balmer-Serie (sichtbar und nahes ultraviolett)
 $n = 3$: Paschen-Serie (infrarot)

Rutherford-Modell

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m_e \omega^2 r \quad \Rightarrow \quad L^2 = \frac{m_e e^2 r}{4\pi\epsilon_0} \quad W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} W_{\text{pot}} \quad W_{\text{tot}} = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2} m_e \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{L^2}$$

Frank-Herz-Versuch: Elektronen werden mit verschiedenen Spannungen beschleunigt. Dabei können sie bei passender kinetischer Energie diese durch Anregung von Quecksilberatomen abgeben.

Compton-Streuung: Hochenergetische Photonen stoßen mit Elektronen elastisch zusammen, wobei sich ihre Energie/Wellenlänge und Richtung ändert.

Materiewellen

Photonen $W = h\nu = \hbar\omega = \mathbf{c} \cdot \mathbf{p} \quad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k} = \frac{h}{\lambda} \quad \text{Photoeffekt: } W_{\text{kin}} = h\nu - W_A$

DGL $i\hbar\dot{\Psi} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + E_{\text{pot}}\Psi \quad \Psi = \Psi_0 \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)) = \Psi_0 \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et)\right)$

Tunneleffekt $\Psi = \Psi_S \exp(-Kx) \exp(-i\omega t) \quad K = \frac{\sqrt{2m(E_0 - E)}}{\hbar} \quad (\text{innerhalb der Schwelle})$

Atomhülle

n	Hauptquantenzahl	$1, 2, \dots, \infty$			
l	Drehimpulsquantenzahl	$0, 1, \dots, n-1$			
m	Richtungsquantenzahl	$-l, -l+1, \dots, l$	$E_n = -13,6 \text{ eV} \frac{Z^2}{n^2}$	$ \mathbf{L} = \sqrt{l(l+1)}\hbar$	$L_Z = m\hbar$
m_S	Spinquantenzahl	$-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$			

Ionisationsenergie $4 \text{ eV} \leq E_1 \leq 25 \text{ eV}$

Besetzungswahrscheinlichkeit für höhere Energieniveaus $\frac{W(E_n)}{W(E_1)} = \exp\left(-\frac{E_n - E_1}{kT}\right)$

Atomkern

Nukleon-Bindungsenergie $E = 10 \text{ MeV}$

Nukleon-Ruheenergie $E_r = m_n c^2 = 1 \text{ GeV}$

Kernradius $R_k = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ m} A^{\frac{1}{3}}$

Höhe des Coulombwalls $E_{\text{pot}}(R) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R} = Z_1 Z_2 \frac{10^{-14} \text{ m}}{R} 0,15 \text{ MeV}$

α -Zerfall $X_{A,Z} \rightarrow Y_{A-4,Z-2} + \alpha_{4,2}$
 $E_B(X_{A,Z}) < E_B(Y_{A-4,Z-2}) + E_B(\alpha_{4,2})$

β -Zerfall $X_{A,Z} \rightarrow Y_{A,Z\pm 1} + e^\mp + \nu^\mp \quad (\pm: \beta^- \text{ bzw. } \beta^+ \text{-Zerfall})$
 $e^- + X_{A,Z} \rightarrow Y_{A,Z-1} + \nu \quad (\text{K-Einfang statt } +\text{-Zerfall})$
 $E_B(X_{A,Z}) < E_B(Y_{A,Z\pm 1})$

γ -Zerfall $h\nu = E_m - E_n$

Einheiten

Aktivität $1 \text{ Bq} = 1 \text{ Becquerel} = 1 \frac{\text{Zerfall}}{\text{s}}$

Energiedosis $1 \text{ Gy} = 1 \text{ Gray} = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$

Äquivalentdosis $1 \text{ Sv} = 1 \text{ Sievert} = \text{Energiedosis} \cdot \text{Qualitätsfaktor}$

Qualitätsfaktor $e, h\nu: 1 \quad p, n: 10 \quad \alpha, \dots: 20$